CHAPITRE 2

Retenir et Appliquer

1 Quotients égaux

Règle : Le quotient de deux nombres relatifs ne change pas quand on multiplie (ou quand on divise) son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

$$\boxed{\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}} \quad \boxed{\frac{a}{b} = \frac{a : m}{b : m}}$$

$(k \neq 0,\ m \neq 0 \text{ et } b \neq 0)$

$$\frac{1{,}8}{-4{,}2} \overset{\times 10}{=} \frac{18}{-42} \overset{:2}{=} \frac{9}{-21} \overset{:3}{=} \frac{3}{-7} \overset{\times(-1)}{=} \frac{-3}{7} = -\frac{3}{7}$$

cette fraction est la plus simple

2 Addition – Soustraction

Règle : Pour calculer la somme (ou la différence) de deux nombres relatifs en écriture fractionnaire :
- les deux écritures doivent avoir obligatoirement le même dénominateur ;
- on additionne (ou l'on soustrait) les numérateurs ;
- on conserve le dénominateur commun.

$$\boxed{\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{d}} \quad \boxed{\frac{a}{d} - \frac{b}{d} = \frac{a-b}{d}}$$

$(d \neq 0)$

$$\frac{1}{12} + \frac{-7}{12} = \frac{1+(-7)}{12} = \frac{-6}{12} = -\frac{6}{12} = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{-3}{8} - \frac{-9}{8} = \frac{-3-(-9)}{8} = \frac{-3+9}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

si possible, on simplifie le résultat

⚠ **Attention :** Lorsque les dénominateurs sont différents, on se ramène à la règle ci-dessus en « réduisant au même dénominateur » (voir la page suivante).

Nombres opposés

L'opposé de $\frac{3}{7}$ est $-\frac{3}{7}$ ou $\frac{-3}{7}$ ou $\frac{3}{-7}$.

L'opposé de $\frac{-4}{9}$ est $-\frac{-4}{9}$ ou $\frac{4}{9}$.

Rappel : La somme de deux nombres opposés est égale à zéro : $\frac{3}{7} + \frac{-3}{7} = 0$.

Retenir et Appliquer

Appliquer Comment réduire au même dénominateur ?

Énoncé Calculer : $A = \frac{-2}{3} + \frac{7}{9}$; $B = 5 + \frac{-3}{8}$; $C = \frac{1}{4} - \frac{2}{5}$; $D = \frac{7}{20} - \frac{5}{12}$.

Solution

$A = \frac{-2}{3} + \frac{7}{9}$

$A = \frac{-2 \times 3}{3 \times 3} + \frac{7}{9} = \frac{-6}{9} + \frac{7}{9} = \frac{-6+7}{9} = \boxed{\frac{1}{9}}$

Commentaires

Pour le calcul de la somme A, on réduit au même dénominateur 9 en constatant que $9 = 3 \times 3$.

$B = 5 + \frac{-3}{8}$

$B = \frac{5 \times 8}{8} + \frac{-3}{8} = \frac{40}{8} + \frac{-3}{8} = \frac{40 + (-3)}{8} = \boxed{\frac{37}{8}}$

Pour le calcul de la somme B, on réduit au même dénominateur 8.

$C = \frac{1}{4} - \frac{2}{5}$

$C = \frac{1 \times 5}{4 \times 5} - \frac{2 \times 4}{5 \times 4} = \frac{5}{20} - \frac{8}{20} = \frac{5-8}{20} = \frac{-3}{20} = \boxed{-\frac{3}{20}}$

Pour le calcul de la différence C, on réduit au même dénominateur 20 qui est le produit des deux dénominateurs.

$D = \frac{7}{20} - \frac{5}{12}$

multiples de 20 (non nuls)	20	40	60
est-ce un multiple de 12 ?	NON	NON	OUI

STOP

Pour le calcul de la différence D, il faut trouver un dénominateur commun qui soit multiple de 20 et de 12. Bien sûr, 240 (produit de 20 et de 12) convient.

Cependant, pour éviter trop de calculs, il vaut mieux choisir un multiple commun à 20 et 12 qui soit le plus petit possible.
Le tableau ci-contre indique la méthode qui permet de trouver 60 ($60 = 3 \times 20$ et $60 = 5 \times 12$).

$D = \frac{7 \times 3}{20 \times 3} - \frac{5 \times 5}{12 \times 5} = \frac{21}{60} - \frac{25}{60} = \frac{21-25}{60} = \frac{-4}{60}$

$D = \frac{-4}{60} = \frac{-1}{15} = \boxed{-\frac{1}{15}}$

On n'oublie pas de simplifier le résultat.

Méthode **Pour obtenir le plus petit multiple commun de deux dénominateurs, on peut procéder ainsi :**
– prendre le plus grand des dénominateurs et écrire (ou imaginer !) ses multiples successifs (non nuls) ;
– s'arrêter dès qu'on trouve un multiple qui est aussi multiple de l'autre dénominateur.

Application → exercices n^os 12 à 15

Retenir et Appliquer

3 Multiplication

Règle : Pour calculer le produit de deux nombres relatifs en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux en respectant la règle des signes.

$$\boxed{\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}}$$
$(b\neq 0,\ d\neq 0)$

si possible, on simplifie avant d'effectuer les produits

$$\frac{4}{35}\times\frac{-49}{3}=\frac{4\times(-49)}{35\times 3}=-\frac{4\times 49}{35\times 3}=-\frac{4\times 7\times 7}{5\times 7\times 3}=-\frac{4\times 7}{5\times 3}=-\frac{28}{15}$$

Attention : $(-3)\times\frac{5}{7}=\frac{(-3)\times 5}{7}=-\frac{15}{7}$ et non pas : $\cancel{(-3)\times\frac{5}{7}=\frac{(-3)\times 5}{(-3)\times 7}}$

Appliquer Comment conduire un calcul ?

Énoncé Calculer : $E=\frac{14}{21}-\frac{2}{5}\times\frac{8}{3}+4\times\frac{1}{20}$.

Solution

$E=\frac{14}{21}-\frac{2}{5}\times\frac{8}{3}+4\times\frac{1}{20}$

$E=\frac{2}{3}-\underbrace{\frac{2}{5}\times\frac{8}{3}}+\underbrace{4\times\frac{1}{20}}$

$E=\frac{2}{3}-\frac{16}{15}+\frac{4}{20}$

$E=\frac{2}{3}-\frac{16}{15}+\frac{1}{5}$

$E=\frac{2\times 5}{3\times 5}-\frac{16}{15}+\frac{1\times 3}{5\times 3}$

$E=\frac{10}{15}-\frac{16}{15}+\frac{3}{15}=\frac{10-16+3}{15}=\frac{-3}{15}$

$E=\frac{-3}{15}=\frac{-1}{5}$; $\boxed{E=-\frac{1}{5}}$

Commentaires

Peut-on simplifier certaines fractions au départ ? Ici, oui : $\frac{14}{21}=\frac{2}{3}$.

On effectue d'abord les produits.

On simplifie à nouveau, car $\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$.

La recherche du plus petit dénominateur commun est ici très simple, car $15=3\times 5$.

On effectue le calcul final. On n'oublie pas de simplifier le résultat.

Application → exercices n^{os} 31 et 32

Retenir et Appliquer

4 Nombres inverses – Division

Définition : Deux nombres sont inverses si leur produit est égal à 1.

L'inverse de x (non nul) est $\frac{1}{x}$. On le note aussi x^{-1}.

L'inverse de $\frac{a}{b}$ (a et b non nuls) est $\frac{b}{a}$.

$\boxed{x \times \frac{1}{x} = 1}$ $\boxed{\frac{1}{x} = x^{-1}}$ $(x \neq 0)$

$\boxed{\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1}$ $(a \neq 0,\ b \neq 0)$

$(-0{,}5) \times (-2) = 1$ — nombres inverses

$(-8) \times \left(\frac{1}{-8}\right) = 1$ — nombres inverses

$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$ — nombres inverses

Règle : Diviser par un nombre (non nul), c'est multiplier par son inverse.

$\boxed{a : b = \frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}}$ $\boxed{\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}}$

$(b \neq 0,\ d \neq 0,\ c \neq 0)$

on multiplie par l'inverse

$$\frac{-5}{6} : 3 = \frac{-5}{6} \times \frac{1}{3} = \frac{-5}{6 \times 3} = -\frac{5}{18}$$

$$\frac{3}{4} : \frac{5}{8} = \frac{3}{4} \times \frac{8}{5} = \frac{3 \times 8}{4 \times 5} = \frac{3 \times 2}{5} = \frac{6}{5}$$

Ne pas confondre deux nombres qui sont :
opposés (leur somme est égale à 0) et ***inverses*** (leur produit est égal à 1)

- l'opposé de 3 est (-3)
- l'opposé de $-\frac{4}{9}$ est $\frac{4}{9}$

- l'inverse de 3 est $\frac{1}{3}$
- l'inverse de $-\frac{4}{9}$ est $-\frac{9}{4}$

Appliquer — Comment effectuer des calculs « à étages » ?

Énoncé Calculer : **a)** le quotient de $\frac{6}{5}$ par 3 ; **b)** le quotient de 6 par $\frac{5}{3}$.

Solution **a)** $\dfrac{\frac{6}{5}}{3} = \frac{6}{5} : 3 = \frac{6}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{5} = \boxed{0{,}4}$ **b)** $\dfrac{6}{\frac{5}{3}} = 6 : \frac{5}{3} = 6 \times \frac{3}{5} = \frac{18}{5} = \boxed{3{,}6}$

Commentaires

La place du signe = (égal) par rapport aux traits de fraction est très importante.

Application → exercice n° 42