

Chapitre 4, Livre 4^{ème}

Calcul littéral – Ex 4^{ème} série

59 Tom a développé les expressions suivantes mais il a un doute sur les signes de chaque terme obtenu. Recopier les égalités en indiquant les signes manquants.

• $E = (3x - 12)(-5x + 3)$

$E = \dots 15x^2 \dots 9x \dots 60x \dots 36$

• $F = (-6x - 1)(-2x + 7)$

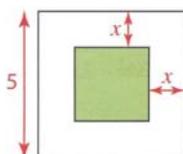
$F = \dots 12x^2 \dots 42x \dots 2x \dots 7$

59 • $E = -15x^2 + 9x + 60x - 36$

• $F = +12x^2 - 42x + 2x - 7$

64 **B2i** **C3-4**

Cette figure est un carré de côté 5 m. On a découpé dans ce carré une bande de largeur x m.



- a.** Exprimer l'aire \mathcal{A} du domaine vert en fonction de x .
- b.** Utiliser un tableur pour trouver pour quelle valeur de x l'aire \mathcal{A} sera de 15 m^2 . On donnera la valeur approchée par défaut au dixième de m près.

64 a. $\mathcal{A} = (5 - 2x)(5 - 2x) = 25 - 20x + 4x^2$

b.

	A	B
1	x	$25 - 20x + 4x^2$
2	0	25
3	1	9
4	2	1
5		

On observe d'abord que c'est pour une valeur de x comprise entre 0 et 1 que l'aire pourra valoir 15 m^2 .

	A	B
1	x	$25 - 20x + 4x^2$
2	0	25
3	0,1	23,04
4	0,2	21,16
5	0,3	19,36
6	0,4	17,64
7	0,5	16
8	0,6	14,44
9	0,7	12,96
10	0,8	11,56
11	0,9	10,24
12	1	9

En affinant le pas, on observe que c'est pour une valeur de x comprise entre 0,5 et 0,6 que l'aire pourra valoir 15 m^2 .

	A	B
1	x	$25 - 20x + 4x^2$
2	0,5	16
3	0,51	15,84
4	0,52	15,68
5	0,53	15,52
6	0,54	15,37
7	0,55	15,21
8	0,56	15,05
9	0,57	14,9
10	0,58	14,75
11	0,59	14,59
12	0,6	14,44

En affinant encore le pas, on observe que c'est pour une valeur de x comprise entre 0,56 et 0,57 que l'aire pourra valoir 15 m^2 .

75 **Rédiger un texte cohérent** **ÉCRIRE**

Énoncé.

Au cours d'une excursion, un groupe de 40 personnes s'arrête dans un restaurant. Le prix du repas est de $13,70 \text{ €}$ par adulte et de 9 € par enfant.

- a.** x désigne le nombre d'adultes.
Exprimer en fonction de x le montant de la facture.
- b.** Développer, puis réduire l'expression obtenue.

Voici la copie de Gordon :

a. $13,7x + 9(40 - x)$
Explique ce que représente cette expression.

b. $13,7x + 360 - 9x$
Tu n'as pas réduit

Il n'a pas commis d'erreur, mais au **a.** il manque des explications et au **b.** il ne répond pas exactement à la question posée.

À votre tour de rédiger correctement cette solution.

75 a. Il y a x adultes.

Ils paieront $13,70x \text{ €}$.

Comme il y a 40 personnes en tout, il reste $40 - x$ enfants. Ces $40 - x$ enfants paieront $9(40 - x) \text{ €}$.

La dépense totale est donc $13,7x + 9(40 - x) \text{ €}$.

b. $13,7x + 9(40 - x) = 13,7x + 360 - 9x = 4,7x + 360$

76 **Comprendre le vocabulaire** **LIRE** **ÉCRIRE**

Dans chaque cas, écrire sous la forme d'une expression littérale.

- a.** A est la somme du double de x et du carré de x .
- b.** B est le produit de la somme de x et de 5 par la somme de x et de -7 .
- c.** C est le quotient de 1 par la somme du triple de x et de 4.

76 a. $A = 2x + x^2$ **b.** $B = (x + 5)(x - 7)$ **c.** $\frac{1}{3x + 4}$

77 Participer à un débat DIRE ÉCRIRE

Yolande : « Voici un programme de calcul ».

- Choisir un nombre.
- Multiplier par 5.
- Ajouter 4.
- Multiplier par 2.
- Soustraire 8.

Rémy : « Tu te compliques ; il suffit de dire :

- Choisir un nombre.
- Multiplier par 10. »

Yolande : « Tu dis n'importe quoi ! »

Qu'en pensez-vous ? Justifier.

77 Si Yolande note x son nombre de départ, alors les résultats successivement obtenus à chaque étape du programme de calcul sont :

$$\bullet 5x \quad \bullet 5x + 4 \quad \bullet 10x + 8 \quad \bullet 10x$$

Il suffit donc de multiplier le nombre de départ par 10. Rémy a raison.

78 Formuler clairement un propos simple LIRE

L'expression $A = 7x - 1$ peut s'écrire « A est la somme du produit de 7 par x et de -1 ».

Lire de la même façon les expressions suivantes :

$$B = -2(x + 8) \quad C = (x + 10)^2 \quad D = \frac{1}{3x}$$

78 B est le produit de -2 par la somme de x et de 8.

C est le carré de la somme de x et de 2.

D est le quotient de 1 par le triple de x .

80 Argumenter ÉCRIRE

Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse, puis justifier.

- a.** La somme de deux nombres pairs quelconques est un nombre pair.
- b.** La somme de deux nombres impairs quelconques est un nombre impair.
- c.** La somme de deux nombres entiers consécutifs est un nombre pair.
- d.** La somme de trois nombres entiers consécutifs quelconques est un multiple de 3.

80 a. On note $2k$ et $2k'$ deux nombres pairs quelconques (k et k' sont des nombres entiers positifs quelconques). $2k + 2k' = 2(k + k')$; c'est un nombre pair.

L'affirmation est donc vraie.

b. $5 + 7$ est la somme de deux nombres impairs. Cette somme vaut 12 et est donc paire.

L'affirmation est donc fausse.

c. $5 + 6$ est la somme de deux nombres entiers consécutifs. Cette somme vaut 11 et est donc impaire.

L'affirmation est donc fausse.

d. On note k , $k + 1$ et $k + 2$ les trois entiers consécutifs. Leur somme vaut $k + k + 1 + k + 2 = 3k + 3 = 3(k + 1)$, c'est un multiple de 3.

L'affirmation est donc vraie.

81 Narration de recherche ÉCRIRE DIRE

Racontez vos pistes de recherche, qu'elles vous aient permis de trouver ou non.
Relevez celles qui vous ont fait progresser ou changer de méthode.

Combien y a-t-il de diagonales dans un polygone à 22 côtés ?

81 209 diagonales.

-> voir développement séparé !

100 Math et métier

Avec des rosiers, un horticulteur souhaite réaliser des motifs floraux de la forme suivante :



1. Combien de rosiers lui faudra-t-il :

- a. pour un motif « de taille 7 » ?
- b. pour un motif « de taille 20 » ?
- c. pour un motif « de taille n » ?

2. L'horticulteur dispose de 100 rosiers.

Quelle est la plus grande taille de motif qu'il peut réaliser :

- a. avec un seul motif ?
- b. avec deux motifs identiques ?

100 1. a. $7 + 6 + 5 + 6 + 5 = 29$ (rosiers)
b. $20 + 19 + 18 + 19 + 18 = 94$ (rosiers)
c. $n + n - 1 + n - 2 + n - 1 + n - 2 + \dots + n - 1 + n - 2 + n - 3 + \dots + 3 + 2 + 1$ ou $5n - 6$
2. a. On note n la plus grande taille de motif réalisable avec 100 rosiers.
 $5n - 6$ doit être inférieur ou égal à 100.
 Donc $5n$ doit être inférieur ou égal à 106.
 Donc la plus grande taille de motif est 21 ($21 \times 5 = 105$).
b. On note m la plus grande taille des deux motifs réalisables avec 100 rosiers.
 $2(5m - 6) = 10m - 12$ doit être inférieur ou égal à 100.
 Donc $10m$ doit être inférieur ou égal à 112.
 Donc la plus grande taille de motif est 11 ($11 \times 10 = 110$).

101 Prédiction de température

Dans la ville de Zedland, la température en °C d'un jour de l'année est donnée par la formule $T = 24 - J - 3M$ où J désigne le numéro du jour et M le numéro du mois.
 Par exemple, pour le 4 octobre, $J = 4$ et $M = 10$.

- a. Vérifier que, le 4 octobre, la température à Zedland est de -10 °C.
- b. Calculer la température à Zedland :
 - le 7 février
 - le 25 juillet
- c. Citer un jour de l'année où la température est :
 - 0 °C
 - -5 °C
- d. Lucie dit : « Je suis née à Zedland en 2000 et le jour de ma naissance était le dernier jour de l'année où la température était différente de 0 °C et positive. »
 Quelle est la date de naissance de Lucie ?

- 101 a.** $J = 4 ; M = 12 ; 24 - 4 - 30 = -10 ; T = -10$ °C
- b.** • $J = 7 ; M = 2 ; 24 - 7 - 6 = 11 ; T = 11$ °C.
 • $J = 25 ; M = 7 ; 24 - 25 - 21 = -22 ; T = -22$ °C.
- c.** Si, par exemple, $J = 3$ et $M = 7 ; 24 - 3 - 21 = 0$. Le 3 juillet, la température est de 0 °C.
 Si, par exemple, $J = 5$ et $M = 8 ; 24 - 5 - 24 = -5$. Le 5 août, la température est de -5 °C.
- d.** La date de naissance de Julie est le 2 juillet 2000.

103 Travail de groupe B2i C3-4

Un triplet $(x ; y ; z)$ de nombres entiers, tels que $x^2 + y^2 = z^2$ est un **triplet pythagorien**.

1. Pour chaque triplet dire s'il est pythagorien ou non.
 - a. $(3 ; 4 ; 5)$
 - b. $(1 ; 12 ; 13)$
 - c. $(5 ; 10 ; 15)$
2. Le mathématicien grec Euclide (environ 300 av. J.-C.) a imaginé le procédé suivant pour obtenir des triplets pythagoriens :
 - choisir des nombres entiers k, m, n ;
 - calculer $x = 2kmn, y = k(m^2 - n^2), z = k(m^2 + n^2)$.
 - a. Utiliser un tableur pour obtenir dix triplets pythagoriens et prévoir une vérification.
 - b. Construire trois triangles rectangles dont les côtés mesurent des nombres entiers de centimètres.

- 103 1. a.** • $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$
 Donc $(3 ; 4 ; 5)$ est un triplet pythagorien.
 - b.** • $1^2 + 12^2 = 1 + 144 = 145 \neq 13^2 = 169$
 Donc $(1 ; 12 ; 13)$ n'est pas un triplet pythagorien.
 - c.** • $5^2 + 10^2 = 25 + 100 = 125 \neq 15^2 = 225$
 Donc $(5 ; 10 ; 15)$ n'est pas un triplet pythagorien.
2. Tableau et formules :

	A	B
1	k	
2	m	
3	n	
4	$x=2kmn$	$=2*B1*B2*B3$
5	$y=k(m^2-n^2)$	$=B1*(B2^2-B3^2)$
6	$z=k(m^2+n^2)$	$=B1*(B2^2+B3^2)$
7	x^2+y^2	$=B4^2+B5^2$
8	z^2	$=B6^2$

Des exemples de résultats :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	k	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	m	2	3	4	5	3	4	5	4	5
3	n	1	1	1	1	2	2	2	3	3
4	$x=2kmn$	4	6	8	10	12	16	20	24	30
5	$y=k(m^2-n^2)$	3	8	15	24	5	12	21	7	16
6	$z=k(m^2+n^2)$	5	10	17	26	13	20	29	25	34
7	x^2+y^2	25	100	289	676	169	400	841	625	1156
8	z^2	25	100	289	676	169	400	841	625	1156